

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”
ETAPA LOCALĂ
SUCEAVA - 7 FEBRUARIE 2026
CLASA a X-a

H1 Filiera tehnologică, toate profilurile și specializările

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

1. a) (6p) Să se determine $a, b \in \mathbb{N}$ știind că $\sqrt{9 + 4\sqrt{2}} = a + b\sqrt{2}$.

b) (14p) Să se aducă la o formă mai simplă $\sqrt{13 + 30\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}}$.

Propunător prof. Macovei Narcisa, Suceava

Barem

a) $\sqrt{9 + 4\sqrt{2}} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 4\sqrt{2} + 1} = 1 + 2\sqrt{2} \Rightarrow a = 1, b = 2$	6 p
b) $\sqrt{13 + 30\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}}$	3 p
$\sqrt{13 + 30\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}} =$	3 p
$\sqrt{13 + 30(1 + \sqrt{2})} = \sqrt{43 + 30\sqrt{2}}$	4p
$= 5 + 3\sqrt{2}$	4p

2. (20p) Fie $x \in \mathbb{Z}$ și $E(x) = \frac{2}{4^x + 2}$.

a) (6p) Calculați $E(-1)$, $E(0)$ și $E(1)$.

b) (7p) Arătați că $E(1-x) + E(x) = 1, \forall x \in \mathbb{Z}$.

c) (7p) Calculați suma $E(-99) + E(-98) + E(-97) + \dots + E(100)$.

Propunător prof. Negrea Daniela, Suceava

Barem

a) $E(-1) = \frac{8}{9}, E(0) = \frac{2}{3}, E(1) = \frac{1}{3}$	6 p
b) $E(1-x) + E(x) = \frac{2}{4^{1-x}+2} + \frac{2}{4^x+2}$	2p
	2p

$= \frac{2}{\frac{4}{4^x} + 2} + \frac{2}{4^x + 2}$ $= \frac{2 \cdot 4^x}{2(4^x + 2)} + \frac{2}{4^x + 2} = 1$	3p
c) Suma S are 200 de termeni și, conform punctului b), se deduce că $E(-99) + E(100) = 1, E(-98) + E(99) = 1, E(-97) + E(98) = 1, \dots, E(-1) + E(0) = 1.$	3p
Adunând cele 100 de egalități membru cu membru, se obține $S=100$	4p

3. (20p) Fie $\log_{bc} a = x, \log_{ca} b = y, \log_{ab} c = z$, unde $a, b, c, ab, ca, bc \in (0, +\infty) \setminus \{1\}$.

Să se arate că $a^{(x+1)(y-z)} \cdot b^{(y+1)(z-x)} \cdot c^{(z+1)(x-y)} = 1$.

Propunător prof. Niță Daniela, Suceava

Barem:

$a = (bc)^x, b = (ca)^y, c = (ab)^z$	6 p
$a^{x+1} = a^x \cdot a = a^x \cdot (bc)^x = (abc)^x$, analog $b^{y+1} = (abc)^y, c^{z+1} = (abc)^z$	6 p
$a^{(x+1)(y-z)} \cdot b^{(y+1)(z-x)} \cdot c^{(z+1)(x-y)} = (abc)^{x(y-z)} \cdot (abc)^{y(z-x)} \cdot (abc)^{z(x-y)} = 1$	8 p

4. a) (5p) Fie $z_1, z_2 \in \mathbb{C}, z_1 = x + yi, z_2 = y + xi$, unde $x, y \in \mathbb{R}$. Știind că $|z_1| = |z_2| = 1$, să se arate că $z_1 \cdot z_2 = i$.

b) (25p) Adolf trebuie să înmulțească 2026 numere complexe care au modulul 1.

Din neatenție, el schimbă între ele partea reală cu cea imaginară la fiecare factor al produsului și obține rezultatul $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$. Care este rezultatul corect al produsului celor 2026 numere complexe?

Adaptare profesor Țui Andreea, Suceava

Barem:

a) $z_1 \cdot z_2 = i(x^2 + y^2) = i$	5p
b) Fie $z_k \in \mathbb{C}, z_k = 1, k = \overline{1, 2026}$, cele 2026 numere complexe și $z'_k \in \mathbb{C}, z'_k = 1, k = \overline{1, 2026}$ numerele complexe în care s-a schimbat partea reală cu cea imaginară. Conform a) $z_k \cdot z'_k = i, \forall k = \overline{1, 2026}$ $(z_1 \cdot z_2 \cdot \dots \cdot z_{2026}) \cdot (z'_1 \cdot z'_2 \cdot \dots \cdot z'_{2026}) = i^{2026} = -1$ $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i = \frac{-1}{z_1 \cdot z_2 \cdot \dots \cdot z_{2026}}$ $z_1 \cdot z_2 \cdot \dots \cdot z_{2026} = \frac{-1}{-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$	5p 7p 8p 5p

Notă: Orice altă soluție corectă se va puncta corespunzător.