

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”
ETAPA LOCALĂ
SUCEAVA - 7 FEBRUARIE 2026

CLASA a X-a

H1

Filiera tehnologică, toate profilurile și specializările

1. **a) (6p)** Să se determine $a, b \in \mathbb{N}$ știind că $\sqrt{9 + 4\sqrt{2}} = a + b\sqrt{2}$.

b) (14p) Să se aducă la o formă mai simplă $\sqrt{13 + 30\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}}$.

2. **(20p)** Fie $x \in \mathbb{Z}$ și $E(x) = \frac{2}{4^x + 2}$.

a) (6p) Calculați $E(-1)$, $E(0)$ și $E(1)$.

b) (7p) Arătați că $E(1-x) + E(x) = 1, \forall x \in \mathbb{Z}$.

c) (7p) Calculați suma $E(-99) + E(-98) + E(-97) + \dots + E(100)$.

3. **(20p)** Fie $\log_{bc} a = x$, $\log_{ca} b = y$, $\log_{ab} c = z$, unde $a, b, c, ab, ca, bc \in (0, +\infty) \setminus \{1\}$.

Să se arate că $a^{(x+1)(y-z)} \cdot b^{(y+1)(z-x)} \cdot c^{(z+1)(x-y)} = 1$.

4. **a) (5p)** Fie $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, $z_1 = x + yi$, $z_2 = y + xi$, unde $x, y \in \mathbb{R}$. Știind că $|z_1| = |z_2| = 1$, să se arate că $z_1 \cdot z_2 = i$.

b) (25p) Adolf trebuie să înmulțească 2026 numere complexe care au modulul 1. Din neatenție, el schimbă între ele partea reală cu cea imaginară la fiecare factor al produsului și obține rezultatul $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$.

Care este rezultatul corect al produsului celor 2026 numere complexe?

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.

2. Se acordă 10 puncte din oficiu.

3. Timp de lucru 3 ore.