

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”
ETAPA LOCALĂ
SUCEAVA - 7 FEBRUARIE 2026
CLASA a IX-a

H1

Filiera tehnologică, toate profilurile și specializările

1. (20p) Fie mulțimea $A = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / x + 2y = 3 \text{ și } |x| - 3|y| = -5\}$.

a) (10p) Verificați dacă $(-5, 4) \in A$.

b) (10p) Determinați suma soluțiilor lui x .

2. (20p) Se consideră egalitatea: $\left[\sqrt{n^2 + 2n + 2} \right] = n + 1$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$, $[x]$ – reprezintă partea întreagă a numărului real x .

a) (5p) Verificați egalitatea pentru $n \in \{1, 2, 3\}$

b) (15p) Calculați $\left[\sqrt{2070A} \right]$, unde $A = \frac{1}{\left[\sqrt{5} \right]} + \frac{1}{2\left[\sqrt{10} \right]} + \frac{1}{3\left[\sqrt{17} \right]} + \dots + \frac{1}{44\left[\sqrt{2026} \right]}$.

3. (20p) Fie paralelogramul $ABCD$. Notăm cu O punctul de intersecție al diagonalelor. Se consideră punctele M și N astfel încât $\overrightarrow{AM} = \alpha \overrightarrow{AB}$, $M \in AB$ și $\overrightarrow{CN} = \alpha \overrightarrow{CD}$, $N \in CD$, iar $\alpha \in (0, 1)$.

a) (10p) Demonstrați că: $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} = \vec{0}$.

b) (10p) Demonstrați că pentru orice punct P din planul paralelogramului sau din afara lui este adevărată relația: $\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{PN} = 2\overrightarrow{PO}$ și apoi deduceți poziția geometrică a punctului O față de segmentul MN .

4. (30p) Într-un studiu privind evoluția producției a doua fabrici, se analizează cantitatea de produse realizată în decursul mai multor ani:

- Fabrica **A** își triplează producția în fiecare an. În primul an produce 3 unități, în al doilea an 3^2 unități, și așa mai departe, până în anul 2026. Producția totală a fabricii **A** este:

$$A = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2026}.$$

- Fabrica **B** își multiplică producția de 4 ori în fiecare an. În primul an produce 4 unități, în al doilea an 4^2 unități, și așa mai departe, până în anul 2026. Producția totală a fabricii **B** este:

$$B = 4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{2026}.$$

- a) **(15p)** Determinați cifra unităților producției totale realizate de cele două fabrici, adică cifra unităților numărului $B + A$.
- b) **(15p)** Justificați că producția totală realizată de cele două fabrici depășește 10^{1000} .

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.

2. Se acordă 10 puncte din oficiu.

3. Timp de lucru 3 ore.