

**Examenul de bacalaureat 2012**  
**Proba E.c)**  
**Proba scrisă la MATEMATICĂ**

**Varianta 5**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii*

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**I. THEMA**

**(30 Puncte)**

- 5p 1. Zeige, dass  $2^{-1} + 2^{-2} = 0,75$ .
- 5p 2. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Ungleichung  $\frac{2}{x-3} < 0$ .
- 5p 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung  $\sqrt{x+2} = x+2$ .
- 5p 4. In einer Bank wurden 900 Lei mit  $p\%$  Zinssatz pro Jahr in einem Konto angelegt. Berechne  $p$ , wenn nach einem Jahr die Geldsumme im Konto 1008 Lei beträgt.
- 5p 5. Es sei das kartesische Koordinatensystem  $xOy$  mit den Punkten  $O(0,0)$  und  $A(2,3)$ . Bestimme die Koordinaten des Punktes  $B$ , wenn  $A$  die Mitte der Strecke  $(OB)$  ist.
- 5p 6. Bestimme den Maß  $x$  eines spitzen Winkels, wenn  $\frac{\sin x + 4 \cos x}{\cos x} = 5$ .

**II. THEMA**

**(30 Puncte)**

1. Es seien die Matrizen  $H(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ln x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , mit  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p a) Zeige, dass  $\det(H(x)) = 1$ , für jedes  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p b) Bestimme die reelle Zahl  $a$ ,  $a > 0$ , sodass  $H(x) \cdot H(a) = H(x)$ , für jedes  $x > 0$ .
- 5p c) Bestimme die Determinante der Matrix  $H(1) + H(2) + \dots + H(2012)$ .
2. Es sei das Polynom  $f = X^3 + 3X^2 - 3X - 1$  in  $\mathbb{R}[X]$  mit den Wurzeln  $x_1, x_2, x_3$ .
- 5p a) Zeige, dass das Polynom  $f$  durch  $X - 1$  teilbar ist.
- 5p b) Berechne  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ .
- 5p c) Untersuche, ob  $(2 - x_1)(2 - x_2)(2 - x_3) = 13$ .

**III. THEMA**

**(30 Puncte)**

1. Es sei die Funktion  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{x} - \ln x$ .
- 5p a) Zeige, dass  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = 0$ .
- 5p b) Zeige, dass die Funktion  $f$  steigend auf  $(4, +\infty)$  ist.
- 5p c) Bestimme die Gleichung der vertikalen Asymptoten des Schaubildes der Funktion  $f$ .
2. Es sei die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = xe^x$ .
- 5p a) Zeige, dass die Funktion  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = xe^x - e^x + 2012$  eine Stammfunktion von  $f$  ist.
- 5p b) Berechne  $\int_1^e f(\ln x) dx$ .
- 5p c) Bestimme das Volumen des Körpers, den man durch die Rotation des Schaubildes der Funktion  $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{f(x)}{x}$  um die  $Ox$  Achse erhält.