

Examenul de bacalaureat 2012

Proba E.c)

Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

ЗАВДАННЯ I

(30 балів)

- 56 1. Обчисліть модуль комплексного числа $(1+i)^2$.
- 56 2. Визначте координати точок перетину графіків функції $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x$ і $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = -x - 2$.
- 56 3. Розв'яжіть у множині дійсних чисел нерівність $2^{x+1} \leq 4$.
- 56 4. Знайдіть ймовірність того, що, випадково вибираючи з множини $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ підмножину з трьох елементів, елементи вибраної підмножини будуть послідовними членами арифметичної прогресії.
- 56 5. Дано вектори $\vec{u} = \vec{i} - 2\vec{j}$ і $\vec{v} = a\vec{i} - \vec{j}$. Знайдіть дійсне число, для якого $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3$.
- 56 6. Обчисліть косинус кута A трикутника ABC , у якому $AB = 4$, $AC = 5$ і $BC = 7$.

ЗАВДАННЯ II

(30 балів)

1. Дано систему
$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 0 \\ x + 2y + 3z = 0, \text{ де } m \in \mathbb{R}. \\ x + y + mz = 0 \end{cases}$$
- 56 а) Обчисліть визначник матриці системи.
- 56 б) Знайдіть дійсні значення m , для яких система має єдиний розв'язок.
- 56 в) У випадку $m = 2$, визначте розв'язок (x_0, y_0, z_0) системи, для якого $x_0 > 0$ і $x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = 3$.
2. Дано матрицю $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ і множину $G = \{X(p) = I_2 + pA \mid p \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}\}$.
- 56 а) Докажіть, що $X(p) \cdot X(q) \in G$, для будь-якого $X(p), X(q) \in G$.
- 56 б) Допускаємо, що (G, \cdot) є комутативною групою з нейтральним елементом $X(0)$. Визначте елемент, обернений до елемента $X(p)$ у цій групі.
- 56 в) Розв'яжіть рівняння $(X(p))^3 = I_2 + 7A$, де $X(p) \in G$.

ЗАВДАННЯ III

(30 балів)

1. Дано функцію $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 12x$.
- 56 а) Докажіть, що функція є зростаючою на інтервалі $[2, +\infty)$.
- 56 б) Обчисліть $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{f(x)}$.
- 56 в) Визначте множину дійсних чисел a , для яких рівняння $f(x) = a$ має три дійсні різні розв'язки.
2. Дано функцію $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+3}{x+2}$.
- 56 а) Докажіть, що будь-яка первісна f є строго зростаючою на $(-1, +\infty)$.
- 56 б) Обчисліть $\int_0^1 \frac{f(x)}{x+1} dx$.
- 56 в) Обчисліть $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_0^{2x} f(t) dt}{x}$.