

Examenul de bacalaureat 2012

Proba E.c)

Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 5

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADAT

(30 punct)

- 5p 1. Șamítsd ki:  $\lg 100 + \lg \frac{1}{10}$ .
- 5p 2. Határozd meg az  $f: \{-1, 0, 1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -x + 2$  függvény képeinek halmazát!
- 5p 3. Határozd meg az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 2x - 1$  függvényhez rendelt parabola csúcsának koordinátáit!
- 5p 4. Oldd meg a valós számok halmazában a  $3^{2x+1} = 9$  egyenletet!
- 5p 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta-rendszerben adottak az  $A(1, 2)$  és  $B(2, 0)$  pontok. Számítsd ki az  $A$  és  $B$  pontok közötti távolságot!
- 5p 6. Számítsd ki  $\sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ$ .

II. FELADAT

(30 punct)

- Az  $M = \left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$  halmazon értelmezzük az  $x \circ y = xy - \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}y + \frac{4}{9}$  műveletet.
- 5p a) Ellenőrizd az  $x \circ y = \left(x - \frac{1}{3}\right)\left(y - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3}$  egyenlőséget, bármely  $x, y \in M$  esetén!
- 5p b) Igazold, hogy  $x \circ y = y \circ x$ , bármely  $x, y \in M$  esetén!.
- 5p c) Igazold, hogy a „ $\circ$ ” művelet asszociatív!
- 5p d) Határozd meg az  $e \in M$  értékét úgy, hogy  $x \circ e = e \circ x = x$ , bármely  $x \in M$  esetén.
- 5p e) Oldd meg az  $M$  halmazban az  $x \circ x = \frac{4}{9}$  egyenletet!
- 5p f) Igazold, hogy  $\left(a + \frac{1}{3}\right) \circ 3 \circ \left(a + \frac{1}{3}\right) = \frac{8a^2 + 1}{3}$ , bármely  $a \in M$  esetén!

III. FELADAT

(30 punct)

- Tekintsük az  $A(m) = \begin{pmatrix} m & 1 & -1 \\ 1 & m & -1 \\ -1 & 1 & m \end{pmatrix}$  mátrixot és az (S)  $\begin{cases} mx + y - z = 1 \\ x + my - z = 1 \\ -x + y + mz = 1 \end{cases}$  egyenletrendszert, ahol  $m$  valós szám.
- 5p a) Számítsd ki  $\det(A(2))$  értékét!
- 5p b) Igazold, hogy  $\det(A(m)) = m^3 - m$ .
- 5p c) Határozd meg azokat az  $m$  valós számokat, amelyekre  $\det(A(m)) = 0$ .
- 5p d) Ellenőrizd, hogy  $m = 3$  esetén az  $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$  számhármass megoldása-e az (S) egyenletrendszernek!
- 5p e) Ha  $m = 2$ , oldd meg az (S) egyenletrendszert!
- 5p f) Igazold, hogy ha  $m = 0$  akkor az (S) egyenletrendszernek nincs megoldása!