

**Examenul de bacalaureat 2012**

**Proba E.c)**

**Proba scrisă la MATEMATICĂ**

**Varianta 5**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii*

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**I. FELADAT**

**(30 punct)**

- 5p 1. Igazold, hogy  $2^{-1} + 2^{-2} = 0,75$ .
- 5p 2. A valós számok halmazán oldd meg a következő egyenlőtlenséget  $\frac{2}{x-3} < 0$ .
- 5p 3. A valós számok halmazán oldd meg a következő egyenletet  $\sqrt{x+2} = x+2$ .
- 5p 4. Egy bankba egy számlára betettek 900 lej  $p\%$  éves kamattal. Számítsd ki  $p$  értékét, tudva, hogy egy év után a számlán 1008 lej lesz.
- 5p 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta-rendszerben adottak a következő pontok  $O(0,0)$  és  $A(2,3)$ . Határozd meg a  $B$  pont koordinátáit tudva, hogy  $A$  az  $(OB)$  szakasz felezőpontja.
- 5p 6. Határozd meg egy hegyes szög  $x$  mértékét, tudva azt, hogy  $\frac{\sin x + 4 \cos x}{\cos x} = 5$ .

**II. FELADAT**

**(30 pont)**

1. Adott a  $H(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ln x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  mátrix, ahol  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p a) Igazold, hogy  $\det(H(x)) = 1$ , bármely  $x \in (0, +\infty)$  esetén.
- 5p b) Határozd meg az  $a$ ,  $a > 0$ , valós számot úgy, hogy  $H(x) \cdot H(a) = H(x)$ , bármely  $x > 0$  esetén.
- 5p c) Számítsd ki a  $H(1) + H(2) + \dots + H(2012)$  mátrix determinánsát.
2. Az  $\mathbb{R}[X]$  halmazon adott az  $f = X^3 + 3X^2 - 3X - 1$  polinom, amelynek gyökei  $x_1, x_2, x_3$ .
- 5p a) Igazold, hogy az  $f$  polinom osztható  $X - 1$  polinommal.
- 5p b) Számítsd ki  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$  értékét.
- 5p c) Ellenőrizd, hogy  $(2 - x_1)(2 - x_2)(2 - x_3) = 13$ .

**III. FELADAT**

**(30 pont)**

1. Adott az  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{x} - \ln x$  függvény.
- 5p a) Igazold, hogy  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = 0$ .
- 5p b) Igazold, hogy az  $f$  függvény növekvő a  $(4, +\infty)$  intervallumon.
- 5p c) Határozd meg az  $f$  függvény grafikus képehez húzott függőleges aszimptota egyenletét.
2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = xe^x$  függvény.
- 5p a) Igazold, hogy az  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = xe^x - e^x + 2012$  függvény egy primitív függvénye az  $f$  függvénynek.
- 5p b) Számítsd ki  $\int_1^e f(\ln x) dx$  értékét.
- 5p c) Számítsd ki annak a testnek a térfogatát amelyet a  $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{f(x)}{x}$  függvény  $Ox$  tengely körüli forogatásával kapunk.