

Examenul de bacalaureat 2012

Proba E.c)

Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

СУБЈЕКАТ I

(30 бодова)

- 5p** 1. Израчунајте модул комплексног броја $(1+i)^2$.
- 5p** 2. Одредите координате тачака пресека графика функција $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2x$ и $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = -x - 2$.
- 5p** 3. Решите у скупу реалних бројева неједначину $2^{x+1} \leq 4$.
- 5p** 4. Израчунајте вероватноћу да, бирајући произвољно један подскуп са три елемента скупа $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, елементи избираног подскупа буду узастопни чланови аритметичке прогресије.
- 5p** 5. Сматрају се вектори $\vec{u} = \vec{i} - 2\vec{j}$ и $\vec{v} = a\vec{i} - \vec{j}$. Одредите реални број a тако да $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3$.
- 5p** 6. Израчунајте косинус угла A троугла ABC где $AB = 4$, $AC = 5$ и $BC = 7$.

СУБЈЕКАТ II

(30 бодова)

1. Сматра се систем
$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 0 \\ x + 2y + 3z = 0, \text{ где } m \in \mathbb{R} \\ x + y + mz = 0 \end{cases}$$
- 5p** а) Одредите детерминанту матрице система.
- 5p** б) Одредите реалне вредности m тако да систем има јединствено решење.
- 5p** в) У случају $m = 2$, одредите корен (x_0, y_0, z_0) система тако да $x_0 > 0$ и $x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = 3$.
2. Сматра се матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ и скуп $G = \{X(p) = I_2 + pA \mid p \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}\}$.
- 5p** а) Докажите да $X(p) \cdot X(q) \in G$, за било који $X(p), X(q) \in G$.
- 5p** б) Сматра се комутативна група (G, \cdot) са неутралним елементом $X(0)$. Одредите инверзни елемент елемента $X(p)$ у овој групи.
- 5p** в) Решите једначину $(X(p))^3 = I_2 + 7A$, где $X(p) \in G$.

СУБЈЕКАТ III

(30 бодова)

1. Сматра се функција $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 - 12x$.
- 5p** а) Докажите да функција је растућа на интервалу $[2, +\infty)$.
- 5p** б) Израчунајте $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{f(x)}$.
- 5p** в) Одредите скуп реалних бројева a тако да једначина $f(x) = a$ има три различита реална решења.
2. Сматра се функција $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{2x+3}{x+2}$.
- 5p** а) Докажите да било која примитивна функције f је строго растућа на $(-1, +\infty)$.
- 5p** б) Израчунајте $\int_0^1 \frac{f(x)}{x+1} dx$.
- 5p** в) Израчунајте $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_0^{2x} f(t) dt}{x}$.