

Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului

Colegiul Național "Petru Rareș"

SIMULARE EXAMEN DE BACALAUREAT

MATEMATICA M1

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1. Să se determine a 2012-a zecimală a numărului $0,2011(2012)$.
2. Dacă x_1 și x_2 sunt rădăcinile ecuației $x^2+x+1=0$, calculați $x_1^{2011}+x_2^{2011}+2012$
3. După o mărire a prețului cu 25%, un obiect costă acum 2515 lei. Care a fost prețul inițial?
4. Fie mulțimea $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} / \frac{2+5x}{3x+4} \in \mathbb{Z} \right\}$. Care este probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea A acesta să fie divizibil cu 3?
5. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele A(2,-1), B(-2,1) și C(-1,3). Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul A și este paralelă cu mediatoarea segmentului [BC].
6. Știind că $x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2} \right)$ și că $\sin x = -\frac{24}{25}$ să se calculeze $\sin 2x$.

Subiectul II

(30 de puncte)

1. Se consideră mulțimea:

$$G = \left\{ A(x) = \begin{pmatrix} 1 & -3x & 9x^2 \\ 0 & 1 & -6x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mid x \in \mathbb{R} \right\} \subset M_3(\mathbb{R})$$

și operația de înmulțire a matricelor.

- a) Să se arate că (G, \cdot) are o structură de grup abelian.
- b) Să se calculeze $(A(2)-A(1))^{2012}$
- c) Să se demonstreze că grupul (G, \cdot) este izomorf cu grupul aditiv al numerelor reale.

Subiectul III

(30 de puncte)

- 1) Se consideră șirul:

$$I_n = \int \frac{x^n}{x^2 + 4x + 5} dx, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$$

- a) Determinați $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $\frac{1}{x^2 + 4x + 5} \leq 2a + 3, \forall x \in \mathbb{R}$.
- b) Calculați $2I_1 + 4I_0$
- c) Să se stabilească o relație de recurență pentru I_n

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1. Precizați dacă punctul $P(-2;3)$ aparține sau nu dreptei $d: x + 2y - 4 = 0$, și scrieți ecuația dreptei care trece prin punctul P și este perpendiculară pe dreapta d .
2. Calculați conjugatul numărului: $-2011 \cdot i^{2012} + i^{2013}$
3. Aflați probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea $\{1;2;3;4;5\}$, acesta să verifice relația : $n! + C_n^1 \geq (n+1)^2$
4. Rezolvați ecuația: $\sqrt{\frac{x+3}{x-3}} - 7 \cdot \sqrt{\frac{x-3}{x+3}} = \frac{3}{2}$
5. Să se rezolve ecuația $\log_2(x+2) - \log_2(3-x) = 2$.
6. Fie un triunghi $\triangle ABC$ oarecare și $M \in [AB]$ astfel încât $\frac{\overrightarrow{AM}}{\overrightarrow{MB}} = \frac{3}{4}$. Exprimați vectorul \overrightarrow{CM} în funcție de vectorii \overrightarrow{CA} și \overrightarrow{CB} .

Subiectul II

(30 de puncte)

Pe \mathbf{R} se definește legea de compoziție asociativă $x*y = xy - 3x - 3y + 12$.

- a) Demonstrați că $x*y = (x-3)(y-3) + 3, \forall x, y \in \mathbf{R}$.
- b) Calculați $A = 1*2*\dots*2010*2011*2012$
- c) Demonstrați că $\underbrace{x*x*\dots*x}_{n \text{ ori}} = (x-3)^n + 3, \forall x \in \mathbf{R}$.

Subiectul III

(30 de puncte)

Fie $I_n = \int \frac{x^n}{x^2 + 4x + 8} dx, n \in \mathbf{N}; x \in \mathbf{R}$

- a) Determinați $a \in \mathbf{R}$ astfel încât $\frac{1}{x^2 + 4x + 8} \leq a, \forall x \in \mathbf{R}$.
- b) Calculați I_0
- c) Sa se calculeze: $I_2 + 4I_1 + 8I_0$

BAREM DE NOTARE M1

SUBIECTUL I

1. $2008:4=502\text{rest}0$3p
a 2012-a zecimala este 2.....2p
2. x_i radacina ecuatiei $x^2+x=1=0$ implică $x_i^3=1$2p
valoarea expresiei este 2011.....3p
3. Fie p prețul ; $p+25\%p=2515$3p
 $P=2012$ lei.....2p
4. $A=\{-6;-2;-1;1\}$3p
Probabilitatea este 0,25.....2p
5. $m_{BC}=2$1p
Fie d dreapta ceruta; $m_d=-0,5$2p
Dreapta are ecuatia: $x+2y=0$
6. $\cos x=-7/25$2p
 $\sin 2x=336/625$3p

SUBIECTUL II

- a) $A(x)A(y)=A(x+y)$2p
Pentru fiecare axiomă de grup.....2px4
- b) $(A(2)-A(1))^3=O_3$6p
 $(A(2)-A(1))^{2012}=O_3$4p
- c) Fie $f: G \rightarrow R$, $f(A(x))=x$4p
 f morfism.....2p
 f bijectivă.....4p

SUBIECTUL III

- a) Fie $f(x) = 1/(x^2+4x+5)$.Rezultă $f'(x) = (-2x-4)/(x^2+4x+5)^2$4p
 $F(x) \leq 1$ și $1 \leq 2a-3$ implică $f(x) \leq 2a-3$4p
 $2a \geq -2$, deci $a \in [-1, \infty)$2p
- b) $2I_1+4I_0=\ln(x^2+4x+5)+C$10p
- c) $I_{n+2}+4I_{n+1}+5I_n=\int x^n dx$6p
 $I_{n+2}+4I_{n+1}+5I_n=x^{n+1}/(n+1) +C$4p

BAREM DE NOTARE M2

SUBIECTUL I

1. $P(-2,3)$ aparține dreptei d1p
 Fie g dreapta cerută ; $m_d = -0,5$ implică $m_g = 2$2p
 Ecuația dreptei este $2x - y + 7 = 0$2p
2. $z = -2011 + i$2p
 expresia conjugatului este $-2011 - i$3p
3. 5 cazuri posibile și două favorabile.....3p
 $P = 0,4$2p
4. Condiții $x \in (-\infty, -3) \cup (3, \infty)$2p
 $X = 53/15$3p
5. Condiții $x \in (-2, 3)$ 2p
 $X = 2$3p
6. $4 \overrightarrow{AM} = 3 \overrightarrow{MB}$ 2p
 $\overrightarrow{CM} = 4/7 \overrightarrow{CA} + 3/7 \overrightarrow{CB}$ 3p

SUBIECTUL II

- a) $(x-3)(y-3)+3=xy-3x-3y+9+3=x*y$10p
- b) $A=3$10p
- c) Etapa de verificare.....4p
 Etapa de demonstrație prin inducție.....6p

SUBIECTUL III

- a) Fie $f(x) = 1/(x^2+4x+8)$.Rezultă $f'(x) = (-2x-4)/(x^2+4x+8)^2$4p
 $f(x) \leq 1/4$ și $1/4 \leq a$ implică $f(x) \leq a$4p
 $a \in [1/4, \infty)$2p
- b) $I_0 = 0,5 \arctg(x+2)/2 + C$10p
- c) $I_2 + 4I_1 + 8I_0 = \int 1 dx$6p
 $I_2 + 4I_1 + 8I_0 = x + C$4p