Examenul de bacalaureat 2013
Proba E. c)
Simulare 20.02.2013
Probă scrisă la MATEMATICĂ

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Să se rezolve ecuația $4+9+14+...+x=133$.

5p **2.** Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(m^2-5m)\cdot x-4$ să fie strict descrescătoare pe $\mathbb{R}$.

5p **3.** Se consideră mulțimea $A=\{1,2,3,...,10\}$. Care este probabilitatea ca alegând o submulțime a lui A, suma elementelor ei să fie 6?

5p **4.** Să se calculeze $(1+i)^{2013}+(1-i)^{2013}$.

5p **5.** Să se resolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $3^x+3^{x+1}+3^{x-1}=39$.

5p **6.** Se dau punctele $A(-2;1); B(2;-3); C(0;-1)$. Să se scrie ecuația dreptei AC și să se verifice dacă A,B,C sunt puncte coliniare.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. 1. Fie sistemul de ecuații liniare $\begin{cases} x+y+z=1 \\ x+my \quad =1 \\ \quad y+mz=m \end{cases}$, $m\in\mathbb{R}$ și A matricea sistemului.

5p **a)** Să se arate că sistemul este compatibil determinat.

5p **b)** Fie (x_0,y_0,z_0) soluția sistemului de ecuaţii. Să se determine $m\in\mathbb{R}$ pentru care x_0,y_0,z_0 formează o progresie geometrică.

5p **c)** Să se determine $m\in\mathbb{R}$ pentru care $\det A=m^3-m^2+m$.

2. Pe $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție $x*y=2012(xy-x-y)+2013,\quad \forall\, x,y\in\mathbb{R}$

5p **a)** Să se arate că $x*y=2012(x-1)(y-1)+1$ și să se determine $\underbrace{x*x*...*x}_{n\ ori}$.

5p **b)** Să se rezolve ecuația $\log_2 x*\log_3 x*...*\log_{2013} x=1$.

5p **c)** Să se arate că există $x,y\in\mathbb{Q}/\mathbb{Z}$ astfel încât $x*y\in\mathbb{Z}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se dă funcția $f:\mathbb{R}/\{1\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+2x}{x-1}$.

5p **a)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{f(x)-f(-1)}{x+1}$.

5p **b)** Să se determine asimptotele graficului funcției f.

5p **c)** Să se afle coordonatele punctelor graficului în care tangenta la graficul funcției este paralelă cu dreapta $d:2x+y+3=0$.

2. Se consideră funcția $f:\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)\to\mathbb{R}$, $f(x)=tg\,x$ și $I_n=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} tg^{2n}\,x\,dx, n\in\mathbb{N}$.

5p **a)** Să se calculeze I_0 și I_1.

5p **b)** Să se arate că $I_{n+1}+I_n=\dfrac{1}{2n+1}, \forall\, n\in\mathbb{N}$.

5p **c)** Să se arate că $(I_n)_{n\ge1}$ este şir convergent și să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} I_n$.