MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI SUCEAVA

Examenul de bacalaureat 2013
Proba E. c)
Simulare 15.05.2013
Probă scrisă la Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se acordă punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limita punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.

SUBIECTUL I

1	Condiţia : $2(4x-5)=(2x-3)+(5x-3)$	3
	Soluţia $x=4\in\mathbb{R}$	2
2	$\Delta>0\Rightarrow x\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$	2
	$x_1+x_2=0\Rightarrow\frac{-b}{a}=0\Rightarrow m=0\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$	3
3	Ecuaţia dată se scrie $3^{2x}+3^x-2=0$	1
	Notând $3^x=y$ obţinem ecuaţia $y^2+y-2=0$ cu soluţiile -2 şi 1	2
	Cum $3^x>0$, convine doar $3^x=1$, deci $x=0$	2
4	Numărul submulţimilor ce conţin un număr par $2\cdot C_3^2=6$	2
	Numărul submulţimilor ce conţin două numere pare $C_3^1=3$	2
	Există 9 submulţimi ce conţin cel puţin un număr par.	1
5	$\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A)\vec{i}+(y_B-y_A)\vec{j}$	2
	$6-x_A=-3\Rightarrow x_A=9$ şi $-8-y_A=4\Rightarrow y_A=-12$	2
	$A(9,-12)$	1
6	Condiţia de existenţă $x\in(5,+\infty)$ şi soluţia ecuaţiei $x=8\in(5,+\infty)$, deci $P=8$.	3
	$S=p\cdot r=\frac{P}{2}\cdot r\Rightarrow S=4\sqrt{3}$	2

SUBIECTUL al II-lea

1.a)	$\det A\neq 0\Leftrightarrow a^6-2a^3+1\neq 0\Leftrightarrow(a^3-1)^2\neq 0$	3
	$a\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$.	2
b)	$\det A\neq 0\Leftrightarrow a\in\mathbb{R}\setminus\{1\}\Rightarrow(\exists)A^{-1}=\frac{1}{\det A}A^*\Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{(a^3-1)^2}A^*$	2
	$A^{-1}=\frac{1}{(a^3-1)^2}\begin{pmatrix}1-a^3 & a^4-a & 0\\ 0 & 1-a^3 & a^4-a\\ a^4-a & 0 & 1-a^3\end{pmatrix}\Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{1-a^3}\begin{pmatrix}1 & -a & 0\\ 0 & 1 & -a\\ -a & 0 & 1\end{pmatrix}$	3
c)	$a=1\Rightarrow A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$	1
	$A^2=\begin{pmatrix}3 & 3 & 3\\ 3 & 3 & 3\\ 3 & 3 & 3\end{pmatrix}\Rightarrow A^2=3A, A^3=3^2A$	2
	Se demonstrează prin inducţie că $A^n=3^{n-1}A,\forall n\in\mathbb{N}^*$, deci $A^{2013}=3^{2012}A$	2
2.a)	$(x-2)(y-2)+2=xy-2x-2y+6,\forall x,y\in\mathbb{R}$	5

b)	$(x*y)*z = xyz-2xy-2xz-2yz+4x+4y+4z-6, \forall x,y,z \in \mathbb{R}$	2
	$x*(y*z) = xyz-2xy-2xz-2yz+4x+4y+4z-6, \forall x,y,z \in \mathbb{R}$	2
	$(x*y)*z = x*(y*z), \forall x,y,z \in \mathbb{R}$	1
c)	$x*2 = 2*x = 2, \forall x \in \mathbb{R}$	2
	$(2^{2013}*2^{2012}*...2^2)*2^1 = 2$	1
	$2*2^0 = 2$	1
	$2^{2013}*2^{2012}*...2^2*2^1*2^0 = 2$	1

SUBIECTUL al III-lea

1.a)	$f'(x) = \left(\frac{x^2+2x}{x-1}\right)' = \frac{\left(x^2+2x\right)'\cdot(x-1)-\left(x^2+2x\right)\cdot(x-1)'}{(x-1)^2}$	2
	$f'(x) = \frac{x^2-2x-2}{(x-1)^2}, x \in \mathbb{R}\setminus\{1\}$.	3
b)	Ecuaţia asimptotei oblice este $y = x+3$.	3
	Ecuaţia asimptotei verticale este $x = 1$.	2
c)	Ecuaţia tangentei în punctul $T(x_0, y_0)$ este $y - y_0 = m(x - x_0)$ cu $m = f'(x_0)$.	1
	$m = m_d$ şi cum $m_d = -2$ obţinem că $f'(x_0) = -2$.	2
	Rezolvarea ecuaţiei $\frac{x^2-2x-2}{(x-1)^2} = -2$ cu soluţiile $x_1 = 0, x_2 = 2$ şi punctele căutate sunt $T_1(0,0)$, $T_2(2,8)$.	2
2.a)	F este funcţie derivabilă şi $F'(x) = \frac{2013x^{2012}}{x^{2013}+1}, \forall x \in (-1,+\infty)$	3
	$F'(x) = f(x), \forall x \in (-1,+\infty)$	2
b)	$F'(x) = f(x) \geq 0, \forall x \in (-1,+\infty) \Rightarrow F$ este funcţie crescătoare pe $(-1,+\infty)$	3
	$\sqrt{\frac{3}{2}} > \sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow F\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) \geq F\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$	2
c)	$A = \int_0^1 \lvert f(x)\rvert dx = \int_0^1 f(x)dx$ deoarece $f(x) \geq 0, \forall x \in [0,1]$	2
	$A = F(x)\Big\rvert_0^{1}$	2
	$A = \ln 2$	1