Examenul de bacalaureat național 2014
Proba DNL - Matematică
1 iulie 2014
secții bilingve francofone
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 3

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

PREMIER SUJET **(30 points)**

	1ère partie: QCM (20 points)	
1.	*B*	**5p**
2.	*A*	**5p**
3.	*D*	**5p**
4.	*C*	**5p**
	2ème partie: questions de cours (10 points)	
5.	$M_e=12$ est la valeur de la série ayant pour rang $\frac{1}{2}\cdot 160=80$	**2p**
	Donc au moins 80 candidats ont obtenu une note inférieure ou égale à 12	**3p**
6.	$Q_1=7$ est la valeur de la série dont au moins 75% des notes sont supérieures ou égales à 7	**1p**
	$Q_3=16$ est la valeur de la série dont au moins 75% des notes sont inférieures ou égales à 16	**1p**
	L'intervalle $[7,16]$ est l'intervalle interquartile et, d'après la définition des quartiles, il contient au moins 50% des valeurs de la série	**3p**

DEUXIÈME SUJET **(60 points)**

1.a)	$u_1=2000+\frac{10}{100}\cdot 2000-500=$	**3p**
	$=1700$	**2p**
b)	Pour tout entier naturel *n*, on a $u_{n+1}=u_n+\frac{10}{100}\cdot u_n-500$	**3p**
	$u_{n+1}=1{,}1\cdot u_n-500$ pour tout entier naturel *n*	**2p**
c)	Pour tout entier naturel *n*, on a $v_{n+1}=5000-u_{n+1}=5500-1{,}1\cdot u_n=1{,}1(5000-u_n)$	**3p**
	On obtient $v_{n+1}=1{,}1\cdot v_n$, donc (v_n) est une suite géométrique de raison égale à 1,1	**2p**
d)	$v_0=5000-u_0=5000-2000=3000$	**2p**
	(v_n) est une suite géométrique de raison égale à $1{,}1\Rightarrow v_n=v_0\cdot q^n=3000\cdot(1{,}1)^n$, pour tout entier naturel *n*	**3p**
e)	Pour tout entier naturel *n*, on a $u_n=5000-v_n=$	**3p**
	$=5000-3000\cdot(1{,}1)^n$	**2p**
f)	$u_n<875\Rightarrow 5000-3000\cdot(1{,}1)^n<875\Rightarrow 3000\cdot(1{,}1)^n>4125\Rightarrow(1{,}1)^n>1{,}375$	**3p**
	Alors $n\geq 4$, donc à partir de 2017 le montant dû sera inférieur à 875 euros	**2p**
2.a)	$\varepsilon^2=\left(\frac{-1}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{1}{4}-2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{i\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{4}$	**3p**
	$=\frac{1}{4}-\frac{3}{4}-\frac{i\sqrt{3}}{2}=-\frac{1}{2}-\frac{i\sqrt{3}}{2}$	**2p**

b)	On a $1+\varepsilon+\varepsilon^2=1+\left(-\frac{1}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}\right)+\left(-\frac{1}{2}-\frac{i\sqrt{3}}{2}\right)=$	**2p**
	$=1-\frac{1}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}-\frac{i\sqrt{3}}{2}=0$	**3p**
c)	$w=\frac{\varepsilon+1}{\varepsilon}=\frac{-\varepsilon^2}{\varepsilon}=-\varepsilon=\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$	**2p**
	$w=\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3}$	**3p**
d)	On a $\lvert\varepsilon\rvert=\left\lvert-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right\rvert=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}}=1$ et on obtient alors $\lvert\varepsilon\rvert^2=\lvert\varepsilon^2\rvert=1$	**2p**
	On a $OA=1$, $OB=\lvert\varepsilon\rvert=1$ et $OC=\lvert\varepsilon^2\rvert=1$, ce qui prouve que les points A, B et C sont situés sur le cercle de centre O et de rayon 1	**3p**
e)	$AB=\lvert z_B-z_A\rvert=\sqrt{3}$, $BC=\lvert z_C-z_B\rvert=\sqrt{3}$ et $CA=\lvert z_A-z_C\rvert=\sqrt{3}$	**3p**
	On obtient alors $AB=BC=CA$. Par conséquent, le triangle ABC est équilatéral	**2p**
f)	Soit z_M l'affixe de M. On a $MA^2+MB^2+MC^2=\lvert z_A-z_M\rvert^2+\lvert z_B-z_M\rvert^2+\lvert z_C-z_M\rvert^2$	**1p**
	Alors, en utilisant $\lvert z\rvert^2=z\bar{z},\ \forall z\in\mathbb{C}$ et les propriétés du conjugué d'un nombre complexe, on a $MA^2+MB^2+MC^2=(z_A-z_M)\overline{(z_A-z_M)}+(z_B-z_M)\overline{(z_B-z_M)}+(z_C-z_M)\overline{(z_C-z_M)}=$ $=(1-z_M)(1-\overline{z_M})+(\varepsilon-z_M)(\bar{\varepsilon}-\overline{z_M})+(\varepsilon^2-z_M)(\overline{\varepsilon^2}-\overline{z_M})=$ $=3-z_M\left(\overline{1+\varepsilon+\varepsilon^2}\right)-\overline{z_M}\left(1+\varepsilon+\varepsilon^2\right)+3\lvert z_M\rvert^2=3-z_M\cdot 0-\overline{z_M}\cdot 0+3\lvert z_M\rvert^2=3+3\lvert z_M\rvert^2$	**3p**
	Donc $MA^2+MB^2+MC^2=3\left(1+(z_M)^2\right)=3\left(1+OM^2\right)$	**1p**